

**AÑO ACADÉMICO: 2018**

|   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| DEPARTAMENTO Y/O DELEGACIÓN:                  | Departamento de Matemática        |
| PROGRAMA DE LA CÁTEDRA:                       | Geometría de curvas y superficies |
| OBLIGATORIA/OPTATIVA                          | Obligatoria                       |
| CARRERA/S A LA QUE PERTENECE Y/O SE OFRECE:   | Licenciatura en Matemática        |
| ÁREA: Análisis                                | ORIENTACIÓN: Sin orientación      |
| PLAN DE ESTUDIOS - ORDENANZA N°               | No: 0187/98                       |
| CARGA HORARIA SEMANAL SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS: | 8 hs. semanales                   |
| CARGA HORARIA TOTAL:                          | 120 hs.                           |
| RÉGIMEN:                                      | Cuatrimestral                     |
| CUATRIMESTRE:                                 | Primero                           |

**EQUIPO DE CATEDRA:**

| Apellido y Nombres                        | Cargo |
|---|-------|
| Dr. Palacios Amaya, Maximiliano Alejandro | PAD-3 |
| Koennecke, Astrid                         | ASD-3 |

**ASIGNATURAS CORRELATIVAS (*S/Plan de estudios*):**

|           |                                   |
|-----------|-----------------------------------|
| APROBADA: | Cálculo III y Geometría analítica |
| REGULAR:  | Introducción al análisis          |

## 1. FUNDAMENTACIÓN:

La geometría como estudio de las curvas y superficies es una disciplina muy antigua. En este curso nos dedicaremos al estudio de la geometría diferencial de curvas y superficies en el espacio tridimensional ordinario, a la cual le podemos dar además los calificativos de métrica y analítica. Decir que la geometría es analítica es porque se emplean sistemas de coordenadas y así se pueden utilizar métodos de álgebra y análisis. Además, que la geometría sea métrica se caracteriza diciendo que es estudio de los objetos que son invariantes cuando se someten a movimientos rígidos (por ejemplo distancias, áreas, ángulos, etc.). En el siglo XIX quedaron establecidas tanto las ecuaciones fundamentales (ecuaciones

de Frenet-Serret) de la teoría de curvas como las de superficies (involucrando a las formas fundamentales). Una primera motivación para el estudio de la geometría surge de inmediato: la conveniencia de formarse imágenes mentales de fenómenos físicos.

## 2. OBJETIVOS:

El objetivo general de la materia introducir al estudiante en el estudio de la geometría diferencial, tendiendo a desarrollar una estructura de pensamiento que posibilite encarar estudios posteriores en el área, sirva como base firme para el desarrollo de tareas de investigación y brinde herramientas de comprensión necesarias para la lectura de trabajos dentro de su especialidad. Como objetivos específicos nos proponemos:

- estudiar los tópicos tradicionales de la geometría diferencial en un campo euclídeo tridimensional y aplicar estos conceptos en la solución de problemas selectos de la física matemática. Analizar propiedades de las curvas, y establecer una teoría general de superficies.
- desarrollar en el estudiante un pensamiento matemático, en el que vayan a la par la comprensión clara de los diferentes conceptos y una experiencia importante en la modelización y resolución de problemas utilizando las técnicas matemáticas.
- desarrollar en los alumnos habilidades tanto para la comprensión de la demostración de teoremas como para la obtención de conclusiones sólidas a partir de hipótesis dadas y su capacidad para idear demostraciones.

## 3. CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:

Curvas en  $\mathbb{R}^n$ . Curvas, longitud de arco, parametrización por longitud de arco. Curvas planas. Curvatura de curvas planas. Rigidez de curvas planas por curvatura. Curvas en  $\mathbb{R}^3$ , curvatura y torsión. Triedro de Frenet. Rigidez de curvas en  $\mathbb{R}^3$  por curvatura y torsión.

Superficies regulares, coordenadas. Ejemplos: plano, cilindro, cono, esfera, toro de revolución, superficies de revolución. Imagen inversa de un valor regular. Cambio de coordenadas, funciones diferenciables, la diferencial. Teorema de la función inversa en superficies.

## 4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:

### Unidad I: Curvas en el plano y en el espacio.

Curvas diferenciables. Parametrizaciones. Longitud de una curva. Parámetro de longitud de arco. Curvatura y torsión de curvas en el espacio. Triedro de Frenet. Ecuaciones de Frenet. Curvas planas. Diedro de Frenet. Teorema fundamental de curvas en el plano y en el espacio.

### Unidad II: Superficies en el espacio.

Superficies regulares en el espacio. Cambio de parámetros. Funciones y aplicaciones diferenciables sobre superficies. Plano tangente. Primera forma fundamental. Diferencial de una aplicación diferenciable. Orientabilidad.

### Unidad III: Aplicación de Gauss. Curvaturas.

La aplicación de Gauss y el operador de Weingarten. Segunda forma fundamental y secciones normales: curvatura normal y teorema de Meusnier; curvaturas principales y fórmula de Euler. Curvatura de Gauss  $K$  y curvatura media  $H$ . Direcciones principales y líneas de curvatura. Campos vectoriales. Superficies regladas y superficies minimales.

#### **Unidad IV: Geometría intrínseca de superficies.**

Isometrías. Ecuaciones de compatibilidad. El teorema Egregium de Gauss. La curvatura de Gauss como invariante isométrico. Transporte paralelo. Geodésicas. El teorema de Gauss-Bonnet y sus aplicaciones. La aplicación exponencial. Coordenadas geodésicas.

### **5. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y DE CONSULTA:**

- Do Carmo, M.P., Differential Geometry of Curves and Surfaces, Alianza Editorial, Madrid, 1992.
- Gray, A., Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, CRC Press, Boca Raton-Boston-London-New York-Washington, 1998.
- Millman R.S., Parker G.D., Elements of Differential Geometry, New Jersey, 1977.
- Topogonov, V.A., Differential Geometry of Curves and Surfaces, Birkhauser, Berlin, 2006.

### **6. PROPUESTA METODOLÓGICA:**

La materia se estructura con el dictado de clases teóricas y prácticas. En las clases teóricas se desarrollan los conceptos básicos y demostraciones principales, junto con el uso de dicha teoría en problemas específicos. En las clases prácticas los alumnos trabajarán en los prácticos entregados por la cátedra, y abordarán una introducción al uso del software Mathematica para la visualización de conceptos y aplicaciones.

### **7. EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACIÓN:**

**ALUMNOS REGULARES Y PROMOCIONALES:** Se tomarán dos parciales de carácter teórico-práctico con sus respectivos recuperatorios. El primer parcial incluye las unidades 1 y 2, y el segundo las unidades 3 a 4. Cada parcial deberá ser aprobado con una nota de 6 (seis). Los alumnos deberán presentar durante el transcurso del cuatrimestre el desarrollo de 8 problemas entregados por los docentes y cuatro presentaciones orales. Habiendo el alumno aprobado los parciales (o sus recuperatorios) y los ejercicios entregados por la cátedra, entonces tendrá derecho a rendir un final regular. Los estudiantes que además cuenten con la aprobación de las presentaciones orales y los dos exámenes parciales aprobados con nota superior a 7 (siete) promocionarán la asignatura.

**ALUMNOS LIBRES:** los alumnos que no aprueben alguno de los parciales o no presenten los ejercicios quedan en condición de alumno libre.

### **8. DISTRIBUCIÓN HORARIA:**

**HORAS TEÓRICAS:** Lunes 17 a 19 y Miércoles de 17 a 19.

**HORAS PRÁCTICAS:** Lunes 19 a 21 y Miércoles de 19 a 21.

## 9. CRONOGRAMA TENTATIVO:

Primer Parcial: 18 de Abril

Recuperatorio Primer Parcial: 25 de Abril

Segundo Parcial: 11 de Junio

Recuperatorio Segundo Parcial: 18 de Junio

Maximiliano Palsuos

**PROFESOR**  
(firma y aclaración)

**CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO**  
(firma y aclaración)  
V. Romero

Lic. MARÍA INÉS SANCHEZ  
Secretaría Académica  
Centro Regional Universitario Bche  
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE  
**CONFORMIDAD SECRETARIA ACADÉMICA**  
**CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE**  
(firma y aclaración)